UNIVERSITE PAUL SABATIER **Année Universitaire 2013–2014**

L2 Physique

Mécanique des solides – Examen session 2 - Juin 2014

Durée 1h30 - Les vecteurs sont notés en gras

L'usage des calculatrices, des téléphones portables et de tout document N'est PAS autorisé

<u>Questions de cours</u>

1. Déterminer le moment d'inertie d'un disque plein homogène.
2. Déterminer le moment d'inertie d'un cylindre plein homogène par rapport à un axe passant par son centre de masse et parallèle à son axe de révolution. Même question par rapport au même axe passant par le centre de la base du cylindre. Justifier les résultats obtenus. Sont-ils cohérents avec ceux obtenus dans la question précédente ?
3. Définir la vitesse de glissement entre 2 solides en contact et la condition de roulement sans glissement.
4. La dénomination « non glissement » est-elle équivalente à celle de « non frottement » ? On argumentera sa réponse à l'aide de théorème ou formulation précise de la dynamique des solides en contact.
5. Qu'est ce qu'une liaison parfaite ? Quel est son intérêt pratique ?

<u>Problème : Mouvement d'un cylindre</u>

On cherche à déterminer le mouvement d'un cylindre C_1 de masse m, de rayon r et de hauteur h, roulant sans glisser sur un autre cylindre C_2 de rayon R immobile par rapport au référentiel du laboratoire, supposé galiléen. Initialement, le cylindre C_1 est posé au sommet du cylindre C_2 avec une vitesse nulle.

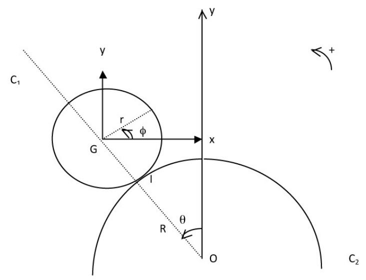

Figure 1

On repère la position du centre d'inertie G_1 du cylindre C_1 par l'angle θ que fait la droite OG_1 avec la verticale Oy. On note par ailleurs ϕ l'angle de rotation propre du cylindre (cf. figure 1).

Les actions de contact exercées par C_2 sur C_1 sont modélisées par une unique force **R** appliquée au point de contact I. On décompose cette force en deux composantes, normale et tangentielle au mouvement : $\mathbf{R} = T\,\mathbf{e}_\theta + N\,\mathbf{e_r}$

1) Le cylindre C_1 est supposé plein et homogène. Calculer son moment d'inertie I_{Gz} par rapport à son axe de révolution Gz.

2) Rappeler la définition de la vitesse de glissement entre deux solides en contact. En appliquant la condition de roulement sans glissement au point I, montrer que :

$$\dot{\varphi} = \left(\frac{r+R}{r}\right)\dot{\theta}. \qquad (1)$$

3) Rappeler le théorème de Kœnig relatif à l'énergie cinétique. En utilisant le résultat de la question précédente, exprimer l'énergie cinétique du cylindre C_1 dans le référentiel du laboratoire, en fonction de m , r , R et $\dot{\theta}$.

4) Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur du cylindre C_1 en fonction de m , g , r , R et θ. On prendra comme origine de cette énergie θ=0.

5) En utilisant une loi de conservation bien connue et en tenant compte des conditions initiales, vérifier la relation suivante :

$$\frac{3}{4}(R+r)\dot{\theta}^2 - g(1-\cos\theta) = 0. \qquad (2)$$

6) Calculer la composante radiale de l'accélération du centre de masse G de C_1 en fonction de m, g et θ. On pourra utiliser le résultat de la question précédente.

7) Rappeler le théorème du centre de masse. Montrer que la composante normale de la réaction du cylindre C_2 sur le cylindre C_1 s'écrit : $N = mg\left(\frac{7}{3}\cos\theta - \frac{4}{3}\right)$. (3)

8) En déduire pour quel angle cette composante normale s'annule-t-elle ? Quelle est alors la nature du mouvement de C_1 ?